

量子ウォーク：オフシエル科学の「おもちゃモデル」として

西郷 甲矢人 (長浜バイオ大学)

E-mail: h.saigoh@nagahama-i-bio.ac.jp

物理学者がよく使う言葉に「おもちゃモデル」(toy model) というものがある。モデルというのはそもそも「役に立つニセモノ」にほかならず、現象の核心と思われる側面だけを残して他を捨象したものであるが、特に「おもちゃモデル」という場合には少し「やりすぎ」と思われるくらいにこうした単純化を推し進め、その代わりにいろいろと「遊んでみる」ことができるようにしたものというニュアンスがある。どんな壮大な理論も、その始まりはこうしたおもちゃモデルから始まるのが常である。

ドレスト光子研究をはじめとする「オフシエル科学」にとっての「おもちゃモデル」のひとつが瀬川悦生・三宮俊・大津元一各氏と私との共同研究における量子ウォークモデルである（最近はこちらに濱野美紗氏も研究に加わった）。量子ウォークおよびその観点からみたドレスト光子については、本フォーラムにおける以前の記事『光の数理の最前線：ドレスト光子と量子ウォーク』にも簡単に書いたが、ここでもあらためてご説明しよう。

ドレスト光子とは、光がナノスケールの物質と相互作用することによって、エネルギー・運動量的な「広がり」をもつとともに、時間・空間的な「局在性」をもつようになるという現象である。ここでエネルギー・運動量的な「広がり」ということの中には相対論的な意味での「空間的 (spacelike)」ということが含意されている。このようなあり方を捉えるための「おもちゃモデル」はどのようなものであるべきだろうか？

いま、ナノ粒子たちの系が存在し、そこに外界から流入する光がナノ粒子の励起と結合してそのナノ粒子たちの「あいだ」に局在する現象を「ドレスト光子」と考えるとしよう。個々のナノ粒子が点に対応するとし、ナノ粒子間の「あいだ」の関係を点（「頂点」とよばれる）どうしをつなぐ線（「辺」とよばれる）として考えると、これは数学でいうところの「グラフ」ということになる。

すると、ドレスト光子のおもちゃモデルとしては、「グラフ上のダイナミクス」を考えるというのがよさそうであるということに気づく。ここで重要なのは、主役であるドレスト光子は「頂点」というよりもむしろ「辺」の上に存在しているということである。もちろん、あるひとつの「頂点」まわりの「辺」の集まりを考えると、その付近にいるドレスト光子の確率密度を表すことができるから、頂点が重要でないというのではない（あとでこの話に戻ってくる）。しかし、まずは「ナノ粒子」＝「頂点」、「ドレスト光子」＝「辺上にある『何か』」と考えるとしよう。これは、ちょうど前述の「空間的」ということを非常に初等的な形であらわしている。というのも、ドレスト光子は（有限ではあるけれども）空間的な広がりを持ち、したがって「オンシエル」ではないからである。

さて、このようにして、ドレスト光子を「グラフの辺上を動く何か」として考えるという発想に至る。つまり、ドレスト光子のダイナミクスを「グラフ上の（辺を主体とした）ダイナミクス」としてモデル化しようというのである。ここで、外界から注ぎ込まれる光は各頂点に「グラフの外から」つながる線（＝「外線」）上を動いて流入してくるものとし、ナノ粒子系と結合して生まれる「ドレスト光子」は「グラフの内の辺」（＝「内線」）を動いているとする（あえてファインマンダイアグラムの用語を使ったのは意図があつてのことではあるが、ここでは単に「外の線」「内の線」と思っただけでよい）。

こうした概念的な枠組みを「おもちゃモデル化」したものとして、「(無限グラフに埋め込まれた有限グラフ上の)量子ウォーク」を採用する。ここで量子ウォークとは、各辺に確率振幅(やさらなる自由度)が乗っており、それが時間発展していくダイナミクスである。通常、それは辺上の(ある種の)関数全体のなす空間に作用するユニタリ作用素を用いて定式化される。これを無限グラフに埋め込まれた有限グラフの文脈に適用すると、ちょうど「環境が一定に保たれるなかで、ある系が時間的にどのように変化し、安定な『極限分布』に近づいていくのか」の議論ができるようになる。

このモデル化の背後には、次のような目論見がある。すなわち、外からナノ粒子系に光が降り注ぎ、そしてまたそのぶんナノ粒子系から光が放出されるという「非平衡定常」な状況のなかで、直接に目に見えない「ナノ粒子たちのあいだ」に分布するドレスト光子の安定な分布がどうなっているかがモデル化できるのではないかという目論見である。

この目論見に向けた第一歩として、私たちは上記の量子ウォーク、とくに「グローバウォーク」のダイナミクスを解析し、それとドレスト光子の諸現象の対応関係を考えることにした。実は、すでに樋口雄介氏および瀬川氏による数学的なモデルが(多分にドレスト光子理論およびそれを量子ウォークによりモデル化可能という西郷の予測に影響されながら)作られており、これを「おもちゃモデル」として解析を行うことにした。

樋口・瀬川によれば、この「おもちゃモデル」においては、極限分布はキルヒホッフの電圧法則および電流法則の数学的類似物により計算できる。最近、濱野・西郷は一般の場合において「(ある頂点に流入する辺上の確率)引く(その頂点から流出する辺上の確率)」という、「ある点まわりの辺上に『正味』存在するドレスト光子の量」に対応すると考えられる量を具体的に計算することに気づき、それにより「散逸の多い点の周り」にドレスト光子が集中する傾向があることを、「おもちゃモデル」において導いた。実はこれはドレスト光子の現象について実験的に知られていたことに他ならない。

以上に述べてきたことは、現段階ではまだ「おもちゃモデル」のちょっとした解析に過ぎず、その妥当性には大いに議論の余地がある。しかし、先にも述べた通り、どんな壮大な理論もまずは「おもちゃ」から始まるのである。「児戯に等しい」というのは通常「無価値である」という意味に使われるものだが、科学的な児戯は実際には大きな価値を生み出す可能性を秘めたものでもある。ファラデーが電磁誘導を発見したとき、「それが何の役に立つのか」と言われた際、「赤ん坊が何の役に立ちますか」と答えたという伝説に勇気づけられながら、いつかは「あれは児戯に等しかったね」と懐かしく思えるまでに壮大な理論を建設したいというのが私たちの切なる願いなのである。